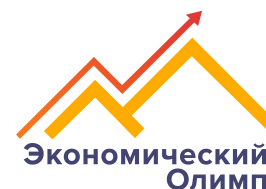


НЕРАВЕНСТВО И ФИНАНСЫ

Л.Зорин, А. Бекбулатов



Финансы

Обязательные задачи

Задача 1.

Андрей выплатит Вова через 3 периода – 1331 д.е., если Вова сейчас заплатит Андрею некоторое количество денег. Определите какую максимальную сумму готов заплатить Вова, если ставка дисконтирования составляет 10% за период.

Задача 2.

Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в честь погашения кредита вернул в банк $\frac{3}{4}$ от всей суммы, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму, на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту в банке?

Задача 3.

Если Миша сегодня вложит 10 000 в компанию друга, то тот будет ему выплачивать 1500 ежегодно (в конце каждого года). Выгодна ли такая инвестиция, если ставка по вкладу в банке равна 10%?

Задача 4.

Саша и Маша положили в один и тот же банк одинаковые суммы под 10% годовых. Через год сразу после начисления процентов Саша снял со своего счета 5000 рублей, а еще через год снова внес 5000 рублей. Маша, наоборот, через год доложила на свой счет 5000 рублей, а еще через год сразу после начисления процентов сняла со счета 5000 рублей. Кто через три года со времени первоначального вложения получит большую сумму и на сколько рублей?

Задача 5.

Ожидается, что инвестиционный проект принесет вам 10000 в следующем году и еще в течение двух лет его прибыль будет расти на 25% в год, после чего этот рост упадет до устойчивых 5% годовых. Если вы желаете не менее 15% годовой доходности от этой инвестиции, какую максимальную сумму вы готовы заплатить (ответ округлите до целых)?

Задача 6.

(Фриц фон Шницпрутен)

В начале года $\frac{5}{6}$ некоторой суммы денег вложили в банк А, а то, что осталось — в банк Б. Если вклад находится в банке с начала года, то к концу года он возрастает на определённый процент, величина которого зависит от банка. Известно, что к концу первого года сумма вкладов стала равна 670 у. е., к концу следующего — 749 у. е. Если первоначально $\frac{5}{6}$ суммы было бы вложено в банк Б, а оставшуюся вложили бы в банк А, то по истечении одного года сумма выросла бы до 710 у. е. Определите сумму вкладов по истечении второго года в этом случае.

Задача 7.

Одному гражданину срочно потребовался пылесос, но он не располагал необходимой суммой для его покупки.

«Не страшно, – сказал представитель торговой фирмы, – мы можем продать пылесос в рассрочку на 2 года. В конце каждого из двух лет вы внесете равные платежи по 3276 рублей. А сейчас ничего платить не надо». После этого гражданин поинтересовался, возможна ли рассрочка на 3 года. «Тогда же можно, – сказал представитель фирмы.

– Это будут три равных платежа по 2376 рублей в конце каждого из трех лет».

Еще раз оценив свои финансовые возможности, гражданин заявил, что рассрочка на 4 года его окончательно устроит.

«Такая рассрочка предоставляется только в качестве исключения, – сказал представитель фирмы.

– И только тем покупателям, которые смогут самостоятельно рассчитать размер ежегодного платежа с точностью до копеек».

Помогите гражданину определить размер ежегодного платежа, уплачиваемого в конце каждого года, при рассрочке платежа на 4 года.

Сложные задачи

Задача 8.

(Фриц фон Шницпрутен)

Три ценные бумаги – A , B , C – будут выкуплены эмитентами по одной и той же номинальной цене, но в разные сроки – A через год, B через два года, C через три года. Никаких промежуточных выплат по этим бумагам не предполагается. Сегодня бумага A продается с дисконтом (скидкой от номинальной цены) 3456 рублей, бумага B – с дисконтом 6336 рублей. С каким дисконтом сегодня продается бумага C ? Ставка по депозиту не меняется в течение трех лет.

Задача 9.

Одна акция ОАО «Grey Wolf Red Car» на фондовом рынке 1 января 2008 г. стоит S_0 . Её стоимость через год S_1 заранее не известна, однако на рынке продаются две следующих ценных бумаги:

- право 31 декабря 2008 г. купить одну такую акцию по цене P_0 ;
- право 31 декабря 2008 г. продать одну такую акцию по цене P_0 .

Цены этих бумаг 1 января 2008 г. обозначим, соответственно, C и P . Возможность реализации права гарантируется биржей. Так, заплатив сегодня C , вы гарантированно сможете через год купить одну акцию ОАО «Grey Wolf Red Car» по цене P_0 , сколько бы она в тот момент ни стоила на рынке.

- Пусть наступило 31 декабря 2008 г., а вы владеете вышеописанным правом покупки акции ОАО «Grey Wolf Red Car». На какую максимальную сумму денег вы сможете обменять имеющийся актив?
- Ответьте на аналогичный вопрос, если вы владеете правом продажи акции.
- Ответьте на аналогичный вопрос, если вы владеете набором активов, состоящим из одной акции ОАО «Grey Wolf Red Car» и вышеописанного права продажи одной акции ОАО «Grey Wolf Red Car».

- г) Пусть сейчас 1 января 2008 г. Рынок является эффективным: любые два актива (или два набора активов), которые в будущем создают одинаковые потоки платежей, сегодня стоят одинаково. Используя этот факт, выразите C через P , S_0 , P_0 и r , где r – годовая рыночная процентная ставка (вложив сегодня 1 руб., через год вы будете иметь $(1+r) \times 1$ руб.), если известно, что в течение всего 2008 года ОАО «Grey Wolf Red Car» не будет выплачивать дивиденды (т.е. до конца года владелец акции не будет получать никаких платежей).

Неравенство доходов

Обязательные задачи

Задача 10.

В некоторой стране общество состоит из двух неравных по численности и уровню доходов групп: богатых и бедных. Допустим, бедные составляют 60% от общей численности населения и владеют 30% совокупного дохода. Определите значение коэффициента Джини (G).

Задача 11.

Трое наемных менеджеров: Буратино, Мальвина и Пьеро разорвали контракт с владельцем фирмы знаменитым эксплуататором Карабасом-Барабасом и организовали собственную фирму. В ней доход за день у Мальвины на 2 монеты больше, чем у Буратино, а Пьеро, как главный нытик в тройке, получает наименьший доход - на 10 монет меньше, чем оптимист Буратино. В результате такого распределения совокупного дохода между участниками индекс Джини стал равным 0.08. Определите, какой доход получает каждый из участников. Дайте надлежащую графическую иллюстрацию.

Задача 12.

В стране Герфиндалии проживают две однородные, не равные по численности группы населения — ричи и пур. Доход граждан внутри каждой из групп одинаков, причем один рич получает в пять раз больше, чем один пур. Коэффициент Джини, исчисленный для этой страны, оказался равен $\frac{1}{3}$. Определите, на сколько процентов ричей меньше, чем пуров.

Задача 13.

В некоторой стране общество состоит из двух неравных по численности и уровню доходов групп, в каждой из которых доходы распределены равномерно: богатых и бедных. Допустим, бедные получают 40% совокупного дохода.

- а) Значение коэффициента Джини составляет 0.3. Рассчитайте долю бедных и долю богатых от общей численности населения.
- б) Какие вообще значения коэффициента Джини возможны в такой ситуации?

Задача 14.

В некоторой стране есть две равные по численности, но не равные по доходу группы населения, внутри каждой из которых доходы распределены равномерно. В ходе последнего глобального кризиса доходы одной из групп сократились на 19%, а доходы другой – на 64%, однако коэффициент Джини не изменился. Определите значение этого коэффициента.

Сложные задачи

Задача 15.

В некоей стране 60 % наиболее бедного населения получает 30 % национального дохода. Других данных о распределении доходов нет. Найдите множество значений, которые может принимать коэффициент Джини в данной стране.

Задача 16.

Ноттингем, XII век. В городе есть две группы жителей: бедные и богатые. Счастье любого человека в городе можно рассчитать по формуле $H = Y - \frac{x^2}{2}$, где H — счастье человека, Y — его доход (с учетом «перераспределительной» политики, о политике см. ниже), а x — уровень усилий, который человек прикладывает для получения этого дохода. Вся разница между бедными и богатыми заключается в том, что, приложив уровень усилий x , бедный человек зарабатывает $V \times x$ ден. ед., а богатый — $W \times x$ ден. ед., где $W > V$. В каждой группе ровно по N человек. Каждый агент выбирает свой уровень усилий так, чтобы его счастье было максимальным. Свергнув Принца Джона, к власти в городе пришел Робин Гуд. Естественно, он решил отбирать у богатых долю t дохода, и затем всю сумму сборов передавать бедным. Агенты выбирают уровни усилий, зная о проводимой Робинотом политике.

- Рассчитайте суммарный уровень дохода в обществе после введения налога. Покажите, что суммарный уровень дохода сокращается с ростом ставки налога, несмотря на то, что сумма, которую уплачивают богатые, в точности равна сумме, которую получают бедные. Объясните данный парадокс.
- Пусть $V = \sqrt{2}$, $W = 3$. Какую ставку налога установит Робин Гуд, стремясь к минимальному неравенству доходов, то есть минимизируя коэффициент Джини? На сколько ден. ед. уменьшится суммарный доход в результате проведения такой политики?

Задача 17.

100 человек выиграли в лотерею. Первый выиграл 1 доллар, второй — 2 доллара, третий — 3, и т.д. Сотый человек выиграл 100 долларов.

- Определите значение коэффициента Джини.
- Сто человек из предыдущего пункта основали город и теперь там живут. Неравенство в этом городе процветает и вот, однажды, туда приезжает благородный маньяк. Ему нужно убить n ($n \in [1; 99]$) человек так, чтобы итоговый индекс Джини был минимален. Кого он убьет?

Подсказка: для суммы n квадратов существует следующая формула:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \times (2n + 1) \times (n + 1)}{6}$$